قسم الفيزياء/كلية التربية/جامعة الحمدانية

الفصل الاول

النظرية النسبية الخاصة

م.م. احمد تركي عبدالحميد

2023

الفصل الاول

النظرية النسبية الخاصة

مقدمة

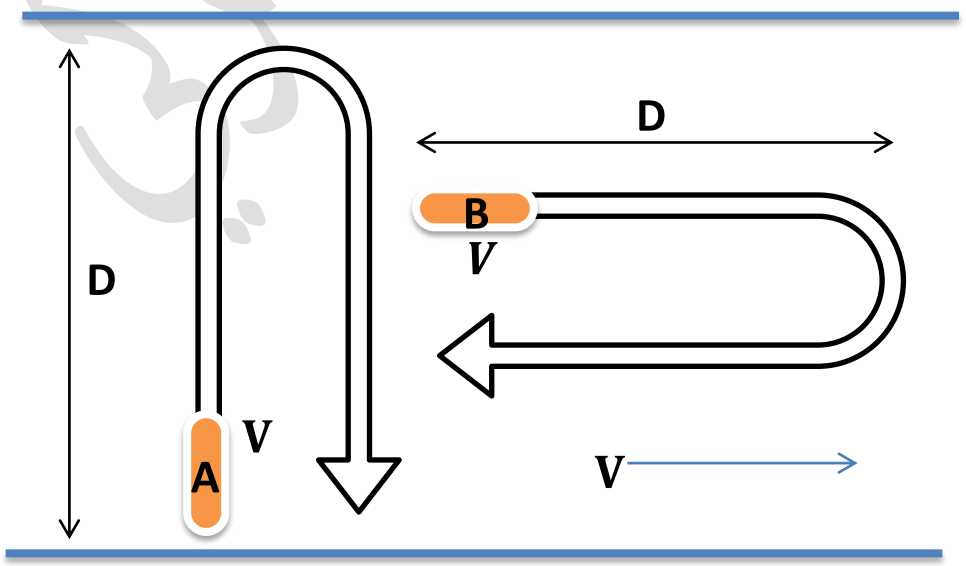
ان النظرية الموجية للضوء (Wave Theory) كانت قد وضعت وأُكمل شكلها عشرات السنين قبل اكتشاف الموجات الكهرومغناطيسية (Electromagnetic wave) لذا كان من المعقول لرواد علم البصريات في البداية ان يفهموا الضوء كموجات في وسط مرن ينتشر في كل مكان سمي بالأثير (Ether). ان نجاح تفسير ظاهرة الحيود (Diffraction) والتداخل (Interference) للضوء على اساس انه موجات في وسط الاثير قد جعل فكرة وجود الاثير مقبولة من دون اية منافسة.

ان اكتشاف ماكسويل النظرية الكهرومغناطيسية للضوء عام (1864) واثباتها العملي من قبل هرتز عام (1887) قد جردت الاثير من معظم صفاته. ومع هذا لم يكن هناك احد مستعد لترك فكرة الاثير باعتبار المرجع الكوني الثابت لانتشار الضوء.

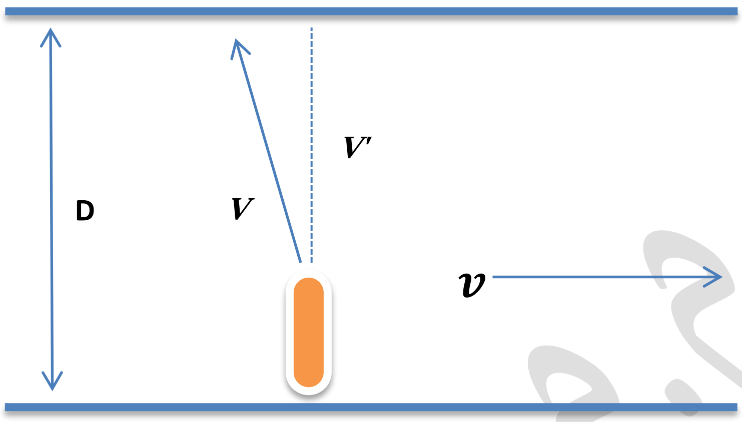
<u>السؤال المطروح الان هل الاثير موجود ام لا؟</u>

للإجابة على هذا السؤال ندرس التحليلين الآتيين:

1- الشكل ادناه يبين نهر عرضه (D) وسرعة تياره (v) والقارب (A) يعبر النهر الى نقطة على الضفة الثانية تقابل تماما نقطة الشروع ثم يرجع بعد ان يقطع مسافة (2D) ذهاباً واياباً، اما القارب (B) يتحرك باتجاه تيار النهر لمسافة (D) ثم يرجع الى نقطة شروعه.



دعنا الان نحسب الزمن اللازم لكل من القاربين نفرض ان سرعة كل من القاربين تساوي (V).



- بالنسبة للقارب (A) لكي يصل الى النقطة المقابلة في الجهة الثانية من النهر عليه ان يتجه بمركبة سرعة الضوء ضد تيار الماء لكي يتعادل تأثير التيار عليه ومقدار السرعة هي $(\text{-}V)$ لاحظ الشكل. وعليه فان السرعة الحقيقية للقارب عبر النهر هي:

$$V^2 = \acute{V}^2 + v^2 \Rightarrow \grave{V} = \sqrt{V^2 - v^2}$$

اي ان:

$$\grave{V} = V\sqrt{1 - \frac{v^2}{V^2}}$$

وبما ان الزمن اللازم للذهاب والاياب يساوي ضعف المسافة (D) مقسومة على السرعة $(\grave{V})$

$$\therefore\ t_A = \frac{2D}{\grave{V}} \Rightarrow t_A = \frac{2D}{V\sqrt{1 - \frac{v^2}{V^2}}}$$

اي ان:

$$t_A = \frac{2D/V}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{V^2}}} \dots\dots\dots\dots\dots\dots (1)$$

- بالنسبة لسرعة القارب (B) عندما يتحرك باتجاه التيار تكون سرعته بالنسبة للنهر $(\grave{V})$ وتساوي مجموع سرعته (V) زائداً سرعة التيار (v) $\grave{V} = (V + v)$ وعليه فان زمن الذهاب (t_1) في قطع المسافة (D) باتجاه حركة النهر يساوي:

$$t_1 = \frac{D}{\grave{V}} \Rightarrow t_1 = \frac{D}{V + v}$$

اما عند رجوع القارب (B) الى نقطة الشروع تكون سرعته بالنسبة لضفة النهر $\grave{V} = V - v$ لذا فان زمن الرجوع (t_2) يساوي.

$$t_2 = \frac{D}{\grave{V}} \Rightarrow t_2 = \frac{D}{V - v}$$

اما زمن الذهاب والاياب بالنسبة للقارب (B) يساوي مجموع هذين الزمنين.

$$t_B = t_1 + t_2$$

$$t_B = \frac{D}{V + v} + \frac{D}{V - v}$$

$$t_B = \frac{DV - Dv + DV + Dv}{(V + v)(V - v)}$$

$$t_B = \frac{2DV}{V^2 - v^2} = \frac{2DV}{V^2(1 - \frac{v^2}{V^2})}$$

$$t_B = \frac{2D/V}{1 - \frac{v^2}{V^2}} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots..(2)$$

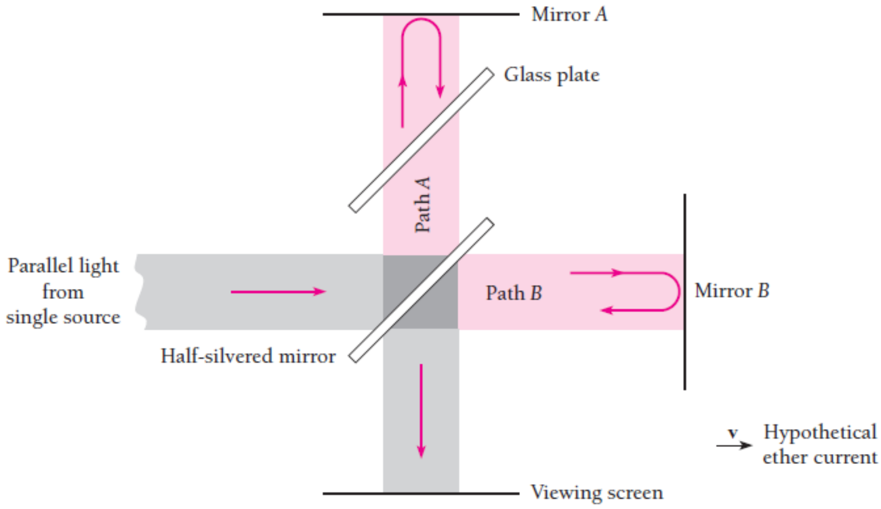
من المعادلتين (1) و(2) نستنتج ان زمن رحلة القارب (B) (t_B) اكبر من زمن رحلة القارب (A) (t_A) حيث ان:

$$\frac{t_A}{t_B} = \sqrt{1 - \frac{v^2}{V^2}} \Rightarrow t_A < t_B$$

فلو كانت سرعة كل من القاربين (V) معلومة والنسبة $\frac{t_A}{t_B}$ معلومة ايضاً لأمكننا حساب سرعة تيار الماء (v).

يمكن استخدام التحليل السابق بدراسة انتشار الموجات الضوئية خلال الاثير. فاذا كان فعلاً اثير يملئ الفضاء فان سرعة حركتنا بالنسبة له تساوي في الاقل $(3 \times 10^4\ \mathrm{m/s})$ وهذه تمثل سرعة الارض في مدارها حول الشمس.

يمكن فهم ذلك من خلال تجربة العالمين الامريكيين مكلسون ومورلي عام (1887) لاحظ الشكل.



في هذه التجربة تم تبديل القاربين في التحليل الاول بحزمتين ضوئيتين بواسطة مرآة نصف مطلية. احدى الحزمتين تتوجه نحو المرآة (A) بمستوى عمودي على اتجاه حركة تيار الاثير المزعوم (الحزمة A) والحزمة الثانية تتوجه نحو المرآة (B) بمستوى موازي لتيار الاثير الحزمة (B). ان ترتيب الجهاز يكون بحيث ان كلاً من الحزمتين بعد انعكاسها من المرآتين تصل الى الشاشة.

- فاذا كان طول المسار الضوئي للحزمتين متساوياً تماماً فيصلان الشاشة بنفس الطور وبذلك يتداخلان تداخلاً بناءً فيما بينهما مؤدياً الى اضاءة الشاشة. وهذا يعني عدم وجود الاثير.
- اما اذا كان الاثير موجود فان الحزمتين الضوئيتين تستغرقان وقتين مختلفين في الوصول الى الشاشة وعليه سوف تتداخلان تداخلاً هداماً فيما بينهما.

للوصول الى الحقيقة نفرض ان الاثير موجود وعندئذٍ فان الفارق الزمني للمسارين نتيجة تأثير تيار الاثير هو:

$$\Delta t = t_B - t_A = \frac{2D/V}{1-\frac{v^2}{V^2}} - \frac{2D/V}{\sqrt{1-\frac{v^2}{V^2}}}$$

حيث ان:

v : تمثل سرعة جريان الاثير وتساوي $(3 \times 10^4\ m/s)$.

V : تمثل سرعة الضوء (c) وتساوي $(3 \times 10^{8}\, m/s)$.

لذا فان:

$$\frac{v^2}{V^2} = \frac{v^2}{c^2} = \frac{9 \times 10^8}{9 \times 10^{16}}$$

$$\frac{v^2}{V^2} = 10^{-8}$$

ان هذا المقدار اصغر بكثير من الواحد. وبناءً على نظرية ذي الحدين (Binomial theory) اذا كانت (x) صغيرة بالمقارنة مع (n) فان:

$$(1 \mp x)^n \approx 1 \mp nx$$

$$(1 - \frac{v^2}{c^2})^{-1} = 1 + \frac{v^2}{c^2}$$

$$(1 - \frac{v^2}{c^2})^{-\frac{1}{2}} = 1 + \frac{1}{2}\frac{v^2}{c^2}$$

$$\Delta t = \frac{2D}{c}\left[\left(1 + \frac{v^2}{c^2}\right) - \left(1 + \frac{1}{2}\frac{v^2}{c^2}\right)\right]$$

$$\Delta t = \frac{2D}{c}\left[1 + \frac{v^2}{c^2} - 1 - \frac{1}{2}\frac{v^2}{c^2}\right]$$

$$\Delta t = \frac{2D}{c} \times \frac{1}{2}\frac{v^2}{c^2} \Longrightarrow \Delta t = (\frac{D}{c})(\frac{v^2}{c^2})$$

حيث ان (D) هي المسافة بين المرآة نصف المطلية وكل من المرآتين (A,B) .

بما ان فرق المسار (d) الذي يقابل فرق الزمن (Δt) هو:

$$d = c\, \Delta t$$

وبما ان اعداد اهداب التداخل (n) تحقق العلاقة :

$$d = n\lambda$$

حيث ان (λ) طول موجة الضوء المستعمل.

$$\therefore n\lambda = c\, \Delta t \Longrightarrow n = \frac{c\, \Delta t}{\lambda}$$

$$n = \frac{c}{\lambda} \times \frac{D}{c} \times \frac{v^2}{c^2}$$

$$n = \frac{Dv^2}{\lambda c^2}$$

وعند تدوير الجهاز بزاوية مقدارها (90°) فان الحزمتين (A,B) ستتبادلان دوريتهما ليكون التأخير الكلي في الزمن مساوياً الى (2Δt) وبذلك يكون عدد اهداب التداخل (Δn) المزاحة هو:

$$\Delta n = \frac{2Dv^2}{\lambda c^2}$$

استخدم في هذه التجربة مسار مقداره *(D=10 m)* وطول موجة الضوء المستخدم *(λ=5000 A°=500 nm)*

لذا فان مقدار الانحراف (Δn) المتوقع بدوران الجهاز بزاوية (90°) هو:

$$\Delta \mathrm{n} = \frac{2 \times 10 \times (3 \times 10^4)^2}{5 \times 10^{-7} \times (3 \times 10^8)^2}$$

$$\Delta n = 0.4\, fring.$$

ولما كان لمقياس التداخل لميكلسون القدرة على كشف ازاحة مقدارها (0.01) من الهدب لذا فان الجهاز بإمكانه الكشف بسهولة على ازاحة مقدارها (0.4) من الهدب في حالة وجودها.

غير ان جهاز ميكلسون لم يكشف اي اية ازاحة بالرغم من تكرار التجربة في اماكن مختلفة وفي فصول مختلفة من السنة.

نستنتج مما تقدم ان :

$$\Delta \mathrm{n} = 0$$

$$t_1 = t_2 \Longrightarrow \Delta t = 0$$

اي ان:

1- انه لايمكن البقاء على فرضية الاثير عل اساس ان ليس للاثير خاصية يمكن قياسها.
2- ان سرعة الضوء في الفراغ هي نفسها في الفراغ في كل مكان بغض النظر عن حركة المصدر والمشاهد وهذا ما سنوضحه في فرضيات اينشتاين في النظرية النسبية الخاصة.

النظرية النسبية الخاصة Special theory of relativity

- ان الفيزياء الكلاسيكية هي فيزياء الاجسام التي تتحرك بسرعات اقل بكثير من سرعة المصدر في الفراغ ($v \ll c$) والتي تخضع لقوانين نيوتن. اما الاجسام التي تتحرك بسرعات عالية جداً والتي تقترب من سرعة الضوء فهي تخضع لقوانين النظرية النسبية.
- تعد النظرية النسبية الخاصة التي اقترحها العالم اينشتاين عام (1905) من اكثر النظريات الفيزيائية اثارة اذ انها احدثت العديد من التغيرات على مفاهيم الفيزياء الكلاسيكية والطبيعة النووية.
- والسؤال الان ما سبب نشأة النظرية النسبية الخاصة؟ والجواب على ذلك ان قوانين نيوتن لا تعطي نتائج صحيحة عند تطبيقها على اجسام تتحرك بسرعة قريبة من سرعة الضوء مما نتج استحالة استعمال هذا النوع من المعادلات التي تربط مكان وزمان حدوث حادثة فيزيائية معينة كما يقيسها مراقب. ومكان وزمان نفس الحادثة كما يقيسها مراقب اخر متحرك بالنسبة للأول بسرعة ثابتة. وتم التغلب على هذه المشكلة بظهور النسبية الخاصة لأينشتاين التي ربطت الزمان والمكان وحولت المطلق الى نسبي.

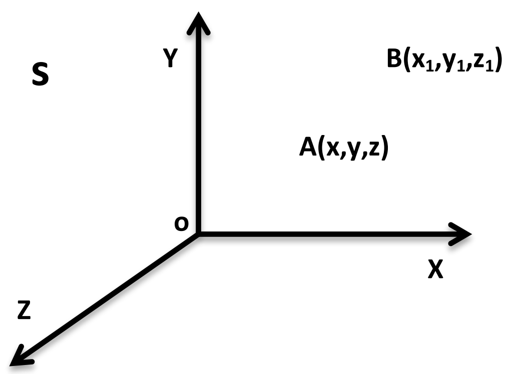
ما هو المطلق وما هو النسبي؟

المطلق هو الشيء الذي يبقى ثابتاً عند وضعه او تحديد مقداره ويتم رصده في اطار اسناد معين ويمتلك القيمة نفسها لجميع مراقبي اطر الاسناد المختلفة مثال على ذلك سرعة الضوء في الفراغ هي كمية مطلقة لها القيمة نفسها لجميع المراقبين في اطر الاسناد القصورية كافة بغض النظر عن حركة المصدر الضوئي او سكونه.

النسبي هو شيء يراد رصده لاطار اسناد بحيث يختلف موقعه او مقداره او وصفه بالاختلاف اطر الاسناد.

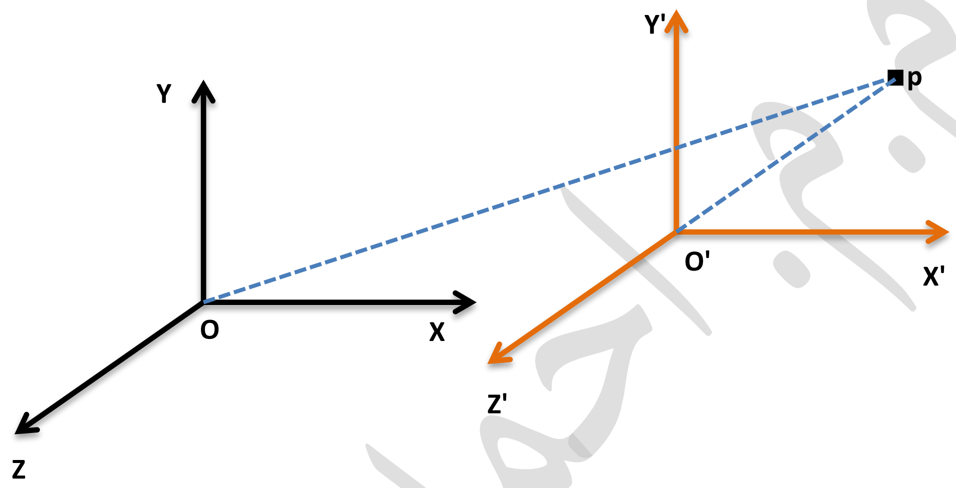
اطار الاسناد Frame of Reference

هو الموقع الذي يقوم فيه شخص ما برصد حدث ما في زمن معين. هذا الشخص يطلق عليه مراقب (Observer) لأنه يرصد الحدث ويقوم بالقياسات.



افرض ان الجسم (p) موجود عند النقطة (A) احداثياتها (x,y,z) بالنسبة لاطار الاسناد (s). فاذا بقى الجسم دائماً عند النقطة (A) فانه يكون في حالة سكون نسبة لاطار الاسناد (s).

اما اذا كان الجسم عند النقطة (A) ثم بعد فترة زمنية انتقل الى نقطة (B) احداثياتها (x_1,y_1,z_1) فان الجسم هو في حالة حركة نسبية الى اطار الاسناد (s) .



الشكل يوضح اطاري اسناد (x,y,z) و (x',y',z') ان المراقب (o) يراقب الحدث (p) نسبة الى اطار اسناده (x,y,z). بينما المراقب (o') يراقب الحدث (p) نسبة الى اطار اسناده (x',y',z').

فاذا كان المراقبان (o) و (o') في حالة سكون بالنسبة لبعضهما فان مشاهدتهما للحدث تكون متماثلة.

اما اذا كان المراقبان (o) و (o') في حالة حركة بالنسبة لبعضهما ستكون مشاهدتهما للحدث مختلفة.

نوعا اطر الاسناد

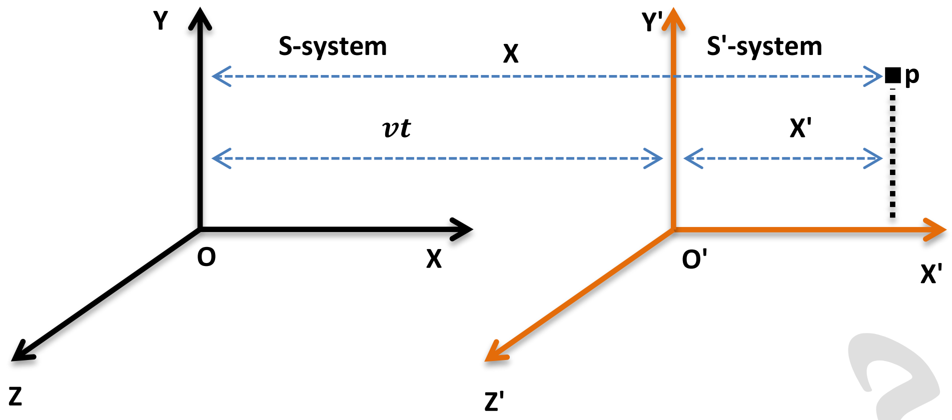
1- اطر الاسناد القصورية Inertial frame :

هي تلك الاطر التي تتحرك بسرعة ثابتة نسبة لبعضها البعض اي انها اطر اسناد غير متعجلة.

2- اطر الاسناد الغير قصورية Non-inertial frame:

هي تلك الاطر التي تتعجل نسبة لبعضها البعض.

تحويلات غاليلو Galilean Transformation



الشكل يوضح مراقبان الاول في المنظومة (s) والثاني في المنظومة (s') ونفرض ان المراقب (o) في حالة سكون بينما المراقب (o') يتحرك بسرعة ثابتة (v) باتجاه المحور (x). ونفرض ان المراقب (o) في المنظومة (s) ملاحظ حدث ما مثل (p) ويقيس إحداثياتها في الزمن (t) ولتكن (x,y,z).

اما المراقب (o') في المنظومة (s') فيقيس نفس الحدث في الزمن (t') وهي (x',y',z') كما نفرض ان النقطة (o') منطبقة على (o) في الزمن ($t = t' = 0$) اي في بداية الحركة بعد مرور زمن (t') تكون المنظومة (s') قد قطعت مسافة (vt) اما بالنسبة للمحورين (y,z) لا توجد حركة نسبية بين اطاري الاسناد (s',s) فعند اذ تكون احداثيات (P) للمنظومة (s') بدلالة (s) كالاتي:

$$x' = x - vt$$

$$y' = y$$

$$z' = z$$

$$t' = t$$

ملاحظة:

1- ان هذه المعادلات الاربعة تدعى بتحويلات غاليلو.
2- ان تحويلات السرعة على ضوء تحويلات غاليلو نحصل عليها بأخذ مشتقة المسافة بالنسبة للزمن اي ان:

$$x' = x - vt \Rightarrow \frac{dx'}{dt'} = \frac{dx}{dt} - v$$

$$\frac{dx'}{dt'} = u'_x \; ; \frac{dx}{dt} = u_x$$

$$\therefore u'_x = u_x - v$$

$$\frac{dy'}{dt'} = \frac{dy}{dt} \Rightarrow u'_y = u_y$$

$$\frac{dz'}{dt'} = \frac{dz}{dt} \Rightarrow u'_z = u_z$$

3- تحويلات التعجيل نحصل عليها بأخذ مشتقة السرعة بالنسبة للزمن اي ان :

$$u'_x = u_x - v \Rightarrow \frac{du'_x}{dt'} = \frac{du_x}{dt}$$

$$a'_x = a_x$$

$$\frac{du'_y}{dt} = \frac{du_y}{dt} \Rightarrow a'_x = a_y$$

$$\frac{du'_z}{dt} = \frac{du_z}{dt} \Rightarrow a'_z = a_z$$

وبما ان الكتلة (m) لا تعتمد على حركة اطر الاسناد نستنتج من ذلك

$$F = ma = F' = ma'$$

اي ان قوانين نيوتن وقوانين الحركة للأجسام هي نفسها في جميع اطر الاسناد بناءً على تحويلات غاليلو.

سؤال:

برهن على ان طول جسم معين يكون ثابتاً حسب تفسير الميكانيك الكلاسيكي (حسب تحويلات غاليلو).

الحل:

نفرض ان جسم ذو طول معين احداثياته (x_1,x_2) في اطار الاسناد (s) ،(x'_1,x'_2) في اطار الاسناد (s') باستخدام تحويلات غاليلو.

$$x'_1 = x_1 - vt_1$$

$$x'_2 = x_2 - vt_2$$

$$x_2' - x_1' = (x_2 - vt_2) - (x_1 - vt_1)$$

$$x_2' - x_1' = x_1 - x_2 - v(t_2 - t_1)$$

$$\because t_2 = t_1$$

$$\therefore x_2' - x_1' = x_2 - x_1$$

اي ان طول الجسم يبقى ثابت في جميع اطر الاسناد بغض النظر عن حركتها نسبةً لبعضها البعض.

ملاحظة:

نستنتج مما سبق ان الزمن والكتلة والطول هي كميات مطلقة حسب الميكانيك الكلاسيكي حيث لا تعتمد على سرعة حركة اطر الاسناد هذا صحيح اذا كانت سرعة الاجسام صغيرة جداً بالنسبة لسرعة الضوء ($v << c$) اما اذا كانت سرعة الاجسام تقترب من سرعة الضوء فان الميكانيك الكلاسيكي يعطي نتائج خاطئة اذ يجب في هذه الحالة اعتماد فرضيات النظرية النسبية.

فرضيتا النظرية النسبية الخاصة

الفرضية الاولى:

تنص على ان القوانين الفيزيائية تبقى ثابتة لا تتغير بالنسبة لجميع أُطر الاسناد التي تتحرك بسرعة منتظمة بالنسبة لبعضها البعض. ومعنى هذا من القياسات التي تجري في اطار اسناد في حالة سكون لا بد ان تعطي نتيجة واحدة عندما تجرى في اطار اسناد اخر يتحرك بسرعة منتظمة بالنسبة للأول.

الفرضية الثانية:

تنص على ان سرعة الضوء في الفراغ لها نفس القيمة ($c = 3 \times 10^8\ m/s$) بالنسبة لجميع المراجع بغض النظر عن سرعها النسبية اي انها لا تعتمد على حركة المصدر او حركة المراقب او كليهما معاً. ولا يمكن لأي جسيم ان ينتقل بسرعة اكبر او مساوية لسرعة الضوء.

.

تحويلات لورنس　Lorentz Transformation

لقد بينا وفق لتحويلات غاليلو بان:

$$x' = x - vt$$

$$y' = y$$

$$z' = z$$

$$t' = t$$

فاذا كانت هناك مركبة فضائية في اطار الاسناد (s) وتطلق ومضة ضوئية فان سرعتها تساوي (c) ولكن سرعتها في اطار الاسناد ('s) تكون ('c) . بحسب تحويلات غاليلو وبأخذ تفاضل المسافة بالنسبة للزمن فان :

$$c' = c - v$$

ان هذه المعادلة تتناقض مع الفرضية الثانية لنظرية أينشتاين حيث ان سرعة الضوء ثابتة في جميع اطر الاسناد حيث المعادلة اعلاه تصح فقط عندما ($v << c$).

لذا يجب ان تكون هناك تحويلات تختلف عن تحويلات غاليلو لتحقيق فرضيات النسبية الخاصة لذلك ادخل لورنس عامل التصحيح (k) للعلاقة بين ('x),(x) حيث ان :

$$x' = k(x - vt) \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots.(1)$$

ان العامل (k) هو دالة للسرعة (v) ولا يعتمد على t, x.

$$x = x' + vt'$$

بحسب تحويلات لورنس فان:

$$x = k(x' + vt') \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(2)$$

بالتعويض عن قيمة ('x) في المعادلة (1) في (2):

$$x = k[k(x - vt) + vt']$$

$$x = k^2(x - vt) + kvt' \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots.(3)$$

$$kvt' = x - k^2(x - vt)$$

$$t' = \frac{x - k^2(x - vt)}{kv} = \frac{x - k^2x + k^2vt}{kv}$$

$$t' = \frac{k^2vt}{kv} + \frac{x(1-k^2)}{kv}$$

$$t' = kt + \left[\frac{1-k^2}{kv}\right]x \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots..(4)$$

$\because$ سرعة الضوء ثابتة.

$$\therefore x = ct \ldots\ldots\ldots.(5)$$

$$x' = ct'..\ldots...(6)$$

بالتعويض عن $x' = k(x - vt)$ و t' في المعادلة (6) ينتج:

$$k(x - vt) = c[kt + \left(\frac{1-k^2}{kv}\right)x]$$

$$kx - kvt = ckt + cx\left(\frac{1-k^2}{kv}\right)$$

$$kx - cx\left(\frac{1-k^2}{kv}\right) = ckt[1 + \frac{v}{c}]$$

$$x = \frac{ckt[1+\frac{v}{c}]}{k[1 - c(\frac{1-k^2}{k^2v})}$$

$$x = ct\left[\frac{1+\frac{v}{c}}{1 - (\frac{c}{v})(\frac{1}{k^2} - 1)}\right]$$

من المعادلة (5) $x = ct$ $\because$

$$\therefore ct = ct\left[\frac{1+\frac{v}{c}}{1 - \frac{c}{v}(\frac{1}{k^2} - 1)}\right]$$

$$1 - \frac{c}{v}\left(\frac{1}{k^2} - 1\right) = 1 + \frac{v}{c}$$

$$-\frac{c}{v}\left(\frac{1}{k^2} - 1\right) = \frac{v}{c}$$

$$1-\frac{1}{k^2}=\frac{v^2}{c^2}\Rightarrow\frac{1}{k^2}=1-\frac{v^2}{c^2}$$

$$k^2=\frac{1}{1-\frac{v^2}{c^2}}$$

$$k=\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots..(*)$$

يتضح من المعادلة (*)

1- عندما تكون (v) صغيرة نسبة لسرعة الضوء $(v << c)$ فان $(v^2/c^2 \simeq 0)$ وقيمة $(k = 1)$.
2- كلما تزداد قيمة (v) فان المقدار تحت الجذر يقل ثم تزداد قيمة (k).
3- بالتعويض عن قيمة (k) في المعادلات:

$$x'=k(x-vt)$$

$$x'=\frac{(x-vt)}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(7)$$

$$t'=kt+\left[\frac{1-k^2}{kv}\right]x$$

$$t'=kt+\frac{x}{kv}-k(\frac{x}{v})$$

$$t'=kt+k\frac{x}{v}\left(\frac{1}{k^2}-1\right)=k\left[t+\frac{x}{c}\left(\frac{1}{k^2}-1\right)\right]$$

$$t'=\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\left[t+\frac{x}{v}(1-\frac{v^2}{c^2}-1)\right]$$

$$t'=\frac{t-\frac{xv}{c^2}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(8)$$

$$y'=y$$

$$z' = z$$

ان المعادلات (9,8,7) تسمى بتحويلات لورنس.

ملاحظة:

1- ان تحويلات لورنس تأخذ صيغة تحويلات غاليلو عندما تكون السرعة النسبية (v) صغيرة جداً بالنسبة لسرعة الضوء $(v << c)$.

2- ان مقلوب تحويلات لورنس تعطى بالمعادلات:

$$x = \frac{x' - vt'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$y = y'$$

$$z = z'$$

$$t = \frac{t' - \frac{xv'}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

❖ والان نسأل ماهي النتائج المترتبة على النظرية النسبية الخاصة؟

الجواب:

ان الكميات الفيزيائية (الطول والزمن والكتلة) في الفيزياء الكلاسيكية هي كميات مطلقة اي قيمها ثابتة لا تعتمد على سكون او حركة الراصد الذي يقوم بعملية القياس (تخضع لقوانين نيوتن) اما في حالة الفيزياء النظرية النسبية فان هذه القيم تتغير عندما تقترب سرعة الاجسام المتحركة من سرعة الضوء.

من التطبيقات المهمة للنظرية النسبية:

اولاً: نسبية الزمن (تمدد الزمن):

اذا كان الزمن الحقيقي في حادث معين في اطار اسناد يتحرك بسرعة تقترب من سرعة الضوء يساوي (t_o) فان الزمن النسبي الذي يقيسه راصد ساكن في اطار اسناد معين يساوي (t) يكون اكبر من الزمن (t_o) وفق العلاقة:

$$t = kt_o$$

$$\boxed{t = \frac{t_o}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}}$$

نستنتج من هذه المعادلة:

1- كلما تزداد قيمة (v) فان المقدار تحت الجذر يزداد اي عندما تكون (v) مقاربة لسرعة الضوء فان ($t > t_o$) .

2- عندما تكون (v) صغيرة نسبة الى سرعة الضوء ($v << c$) فان ($t = t_o$) اي نرجع الى الميكانيك الكلاسيكي.

<u>مثال1: (واجب)</u>

ان الزمن الدوري لبندول بسيط هو (2s) عندما يقاس في اطار اسناد قصوري . وعندما يمر مشاهد بجوار البندول المتحرك بسرعة كبيرة جداً فكان الزمن الذي قاسه لنفس البندول (6 s). ما سرعة المشاهد؟ والزمن الذي يقيسه المشاهد اذا كانت سرعته:

1- $v = 0.99c$

2- $v = 20\ m/s$

معضلة التوائم:

لفهم هذه الظاهرة نأخذ المثال التالي:

مثال: ان اقرب نجم في مجموعتنا الشمسية هو الفا سنتوري الذي يبعد عن الارض (4.3 سنة ضوئية) اي ان المسافة التي تقطعها نبضة ضوء صادرة من النجم لحين وصولها الارض تعادل (4.3 سنة ضوئية) . كم الوقت تستغرقه سفينة فضاء في رحلة ذهاباً واياباً الى ذلك النجم مقاساً بالساعات الارضية اذا كانت سرعتها (0.99 c) وكم تبلغ هذه الفترة طبقاً بالساعات الموجودة في السفينة؟

الحل:

السنة الضوئية (Ly) هي المسافة التي يقطعها الضوء خلال سنة واحدة تعادل:

$$1\ Ly = c \times t = 3 \times 10^8 \times 1 \times 365 \times 24 \times 3600 = 9.46 \times 10^{15} m$$

المسافة بين الارض والنجم تساوي (4.3 سنة ضوئية) وتعادل:

$$d = 4.3 \times 9.46 \times 10^{15} = 4.1 \times 10^{16} m$$

زمن الذهاب والاياب الذي يقيسه راصد على الارض:

$$t = \frac{2d}{v} = \frac{2 \times 4.1 \times 10^{16}}{0.999 \times 3 \times 10^8}$$

$$t = 2.74 \times 10^8 s$$

$$t = \frac{2.74 \times 10^8}{3600 \times 24 \times 356} \Rightarrow t = 8.7\ y$$

الزمن حسب الساعات الموجودة في السفينة (t_o) بحسب المعادلة:

$$t = \frac{t_o}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

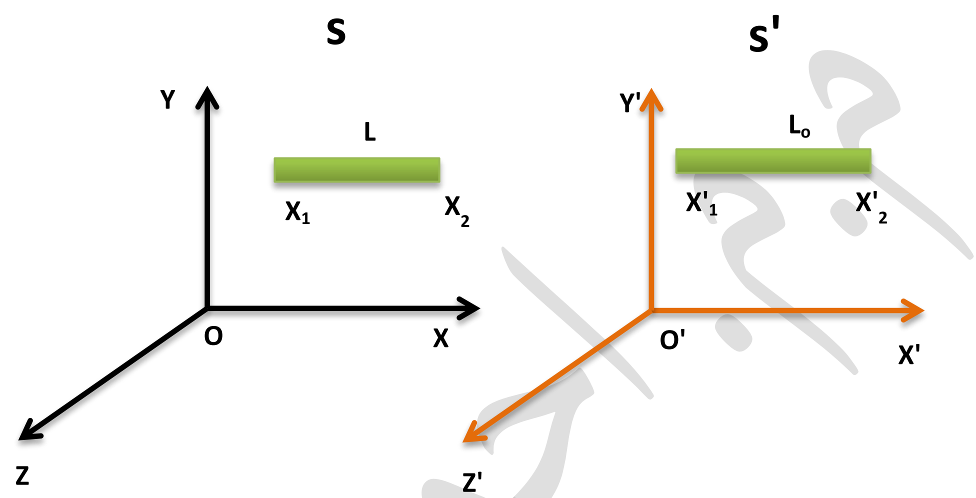
$$8.7 = \frac{t_o}{\sqrt{1 - \frac{(0.999c)^2}{c^2}}}$$

$$t_o = 8.7 \times 0.044 \Rightarrow t_o = 0.38\ y$$

نستنتج من هذا المثال اذا كان توأمين احداهما سار في السفينة والاخر تُرك على سطح الارض فعندما يرجع الى الارض فان عمره (0.38 y) اي حوالي خمسة اشهر بينما عمر التوأم الذي على الارض عمره (8.7 y). وقد نوقشت هذه الظاهرة من قبل العلماء التي اطلق عليها التناقض الظاهري للتوائم بالتفصيل حيث اتفقوا العلماء بشكل عام على ان هذه النتيجة صحيحة وان التوأمين سيزداد عمرهما بشكل مختلف.

ثانياً: نسبية الطول (انكماش الطول)

حسب النظرية النسبية ان طول جسم معين (L_o) عندما يتحرك بسرعة منتظمة (v) قريبة من سرعة الضوء يظهر اقصر بالنسبة لراصد ساكن. اي ان الطول النسبي هو اقل من الطول الحقيقي. وتعرف هذه الظاهرة بتقلص الطول، ولفهم هذه الحقيقة نلاحظ الشكل التالي:



الشكل يوضح اطار اسناد (s') يتحرك بسرعة منتظمة (v) نسبة الى اطار اسناد (s) .

نفرض ان جسم طوله (L_o) موجود في اطار الاسناد (s') احداثياته (x'_1,x'_2) اي ان :

$$L_o = x'_2 - x'_1$$

نفرض ان الجسم طوله (L) موجود في اطار اسناد (s) . اذا كان الاطاران في حالة سكون فان $(L=L_o)$ اما اذا كان الاطار (s') يتحرك بسرعة منتظمة (v) نسبة الى اطار الاسناد (s) فان المراقب في اطار الاسناد (s) يرى طول الجسم مساوياً الى (L) حيث ان:

$$L = x_2 - x_1$$

وبتطبيق تحويلات لورنس:

$$x'_2 = k(x_2 - vt) \Rightarrow x'_2 = \frac{(x_2 - vt)}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \ldots\ldots\ldots(1)$$

$$x_1' = k(x_1 - vt) \Rightarrow x_1' = \frac{(x_1 - vt)}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

بطرح المعادلتين (1) و (2) نحصل على:

$$x_2' - x_1' = \frac{x_2 - x_1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$L_o = \frac{L}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$\boxed{L = L_o\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

1- نستنتج من المعادلة اعلاه كلما تزداد قيمة (v) وتقترب من سرعة الضوء فان المقدار تحت الجذر يقل اي ان الطول النسبي (L) هو اقل من الطول الحقيقي (L_o) .
2- اذا اصبحت ($v = c$) فان ($L = 0$) .
3- عندما تكون السرعة (v) صغيرة نسبةً الى سرعة الضوء ($v << c$) فان ($L=L_o$) .

ثالثاً: الكتلة النسبية

من النتائج المهمة للنظرية النسبية ان كتلة الجسم (m_o) ليست ثابتة كما يراها الميكانيك الكلاسيكي وانما تتغير مع سرعته حسب العلاقة التالية:

$$m = km_o$$

$$\boxed{m = \frac{m_o}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}}$$

حيث ان:

m_o: كتلة الجسم في حالة السكون(الكتلة السكونية).

m: كتلة الجسم يتحرك بسرعة (v) (الكتلة النسبية).

1- كلما تزداد قيمة (v) فان المقدار تحت الجذر يقل فتزداد قيمة (m).
2- عندما تكون قيمة (v) صغيرة نسبة الى (c) $(v \ll c)$ فان $(m = m_o)$.
3- ان تجارب الفيزياء النووية قد اثبتت صحة هذه المعادلة.

ان اول اثبات لذلك كان من قبل العالمان (kaufmann) عام 1906 و (Bucherer) عام 1909 . حيث لاحظا زيادة في كتلة جسيمات بيتا (β) المنبعثة من بعض العناصر المشعة عندما تقترب سرعتها من سرعة الضوء.

<u>سؤال:</u> هل يمكن لجسيم ان تصل سرعته مساوية لسرعة الضوء في الفراغ؟

<u>الجواب:</u> لا يمكن لجسيم ان تصل سرعته $(v = c)$. لأنه لو حصل ذلك لأصبحت كتلته ما لانهاية (∞) والكتلة اللانهائية تحتاج الى قوة لانهائية حتى تعجله وهذا مستحيل.

لاحظ المعادلة:

$$m = \frac{m_o}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

اذا $v = c$

$$m = \frac{m_o}{0} = \infty$$

جمـــع الـــــسرع Velocity addition

احدى فرضيات النسبية الخاصة تنص على ان سرعة الضوء (c) في الفراغ تأخذ نفس القيمة بالنسبة لجميع المراجع من غير ان تعتمد على سرعة المراجع النسبية.

ومن ناحية اخرى حسب النظرية الكلاسيكية عند قذف كرة افقياً بسرعة $(5\ m/s)$ الى الامام من سيارة متحركة بسرعة $(20\ m/s)$ تكون سرعة الكرة بالنسبة للأرض $(25\ m/s)$ اي انها تساوي مجموع السرعتين وحسب هذا التقدير اذا كانت سرعة شعاع تساوي (c) في مرجع (s') المتحرك بسرعة (v) بالنسبة للمرجع (s) فان سرعة الشعاع بالنسبة للمرجع (s) تساوي $(c + v)$ ولكن هذا لا يتفق مع الفرضية الثانية في النظرية النسبية الخاصة حيث ان سرعة الضوء ثابتة في جميع المراجع ولا يمكن لأي جسيم ان يمتلك سرعة اكبر من سرعة الضوء (c).

لإيجاد سرعة جسم (u) في المرجع (s) نفرض ان جسم يتحرك في المرجع (s') بالسرعة (u') وان المرجع (s') يتحرك بسرعة (v) نسبة للمرجع (s) وباستخدام تحويلات لورنس فان:

$$\boxed{u = \frac{u' + v}{1 + \frac{vu'}{c^2}}}$$

نطبق هذه المعادلة اذا كان الجسم يتحرك بنفس اتجاه حركة المرجع (s').

والان نتصور ان شعاعاً ضوئياً ينبعث باتجاه (x') بسرعة (c) بالنسبة للمرجع (s') حيث $(u' = c)$. فان سرعة الشعاع بالنسبة للمرجع (s') تساوي:

$$u = \frac{u' + v}{1 + \frac{vu'}{c^2}}$$

$$u = \frac{c + v}{1 + \frac{vc}{c^2}}$$

$$u = \frac{c + v}{1 + \frac{v}{c}} \Rightarrow u = \frac{c + v}{\frac{c + v}{c}}$$

$$\therefore u = c$$

اي ان سرعة الضوء في كلا المرجعين لها نفس القيمة.

نستنتج مما تقدم ان :

1- سرعة الضوء لا تعتمد على الحركة النسبية للمصدر او المراقب.
2- سرعة اي جسم لا يمكن ان تكون اكبر من سرعة الضوء.
3- تحويلات غاليليو صحيحة فقط للسرع الصغيرة جداً بالنسبة لسرعة الضوء ولا تصح للسرع التي تقترب من سرعة الضوء.

تكافؤ الكتلة والطاقة Mass Energy equivalence

ان اشهر العلاقات التي حصل عليها اينشتاين من فرضيات النسبية الخاصة هي العلاقة بين الكتلة والطاقة والتي تنص على ان:

$$\boldsymbol{E = mc^2}$$

هذه المعادلة تعني ان مقداراً ضئيلاً جدا من الكتلة يعطي طاقة هائلة. فالطاقة الناتجة من كتلة معينة تساوي حاصل ضرب هذه الكتلة في مربع سرعة الضوء مما يؤدي الى توليد طاقة كبيرة جداً.

ملاحظة:

اذا كانت الكتلة تقاس بوحدة (kg) وسرعة الضوء (m/s) فان الطاقة تقاس بوحدة الجول $(Joule)$.

في الفيزياء الذرية والنووية يستخدم وحدة (الكترون- فولت) (eV) لقياس الطاقة حيث ان:

$$eV = 1.6 \times 10^{-19}\,Joule$$

$$1\,MeV = 10^{6} \times 1.6 \times 10^{-19} = 1.6 \times 10^{-13} J$$

<u>سؤال1 (واجب)</u>

نفرض اننا نجتاز بسرعة (0.5 c) سفينة فضائية تسير بالنسبة للأرض بسرعة (0.9 c) ما مقدار سرعتنا بالنسبة لمراقب على الارض حسب تحويلات غاليلو وحسب النظرية النسبية؟

<u>سؤال2 (واجب)</u>

لاحظ مراقب في المختبر ذرة مشعة تتحرك بسرعة (0.25 c) فاذا كانت هذه الذرة تبعث جسيمة بيتا (β) بسرعة (0.9 c) نسبة للذرة وبنفس الاتجاه. ما مقدار سرعة جسيمة بيتا كما يلاحظها المراقب في المختبر؟

<u>سؤال3 (واجب)</u>

يتحرك الكترون بسرعة (0.85 c) باتجاه معاكس لحركة فوتون احسب السرعة النسبية للفوتون نسبة الى الالكترون.

اشتقاق العلاقة بين الكتلة والطاقة

القوة تعرف على انها المعدل الزمني لتغير الزخم اي ان:

$$F = \frac{d(mv)}{dt}$$

بما ان الكتلة (m) والسرعة (v) متغيران حسب النظرية النسبية

$$\therefore\ F = \frac{d(mv)}{dt} \Rightarrow \mathrm{F} = m\frac{dv}{dt} + v\frac{dm}{dt}$$

نفرض ان القوة قد ازاحت الجسم ازاحة (dx) فيكون الشغل المنجز:

$$W = Fdx$$

وبما ان الشغل المنجز يساوي الزيادة في الطاقة الحركية للجسم (dk)

$$\therefore dk = Fdx = m\frac{dv}{dt}dx + v\frac{dm}{dt}dx$$

$$dk = mv\,dv + v^2 dm \ldots\ldots\ldots\ldots..(1)$$

$$\because dx = vdt$$

$$\because m = \frac{m_o}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \Rightarrow m^2 = \frac{m_o^2}{1-\frac{v^2}{c^2}}$$

$$m^2 = \frac{m_o^2}{\frac{c^2-v^2}{c^2}} \Rightarrow m^2c^2 - m^2v^2 = m_o^2c^2$$

$$m^2c^2 = m_o^2c^2 + m^2v^2$$

بالتفاضل نحصل على:

$$c^2 \times 2\,mdm = m^2 \times 2vdv + v^2 \times 2\,mdm$$

بالقسمة على $(2\,m)$:

$$c^2dm = mvdv + v^2dm \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(2)$$

من المعادلة (1) و (2):

$$dk = c^2dm \ldots\ldots\ldots\ldots..(3)$$

يتضح من المعادلة (3) ان التغير في الطاقة الحركية (dk) يتناسب طريا مع التغير بالكتلة.

عندما يكون الجسم في حالة سكون تكون سرعته $(v = 0)$ وطاقته الحركية $(k = 0)$ والكتلة $(m = m_o)$.

عندما تصبح سرعته تساوي (v) وكتلته (m) وبأخذ تكامل للمعادلة (3):

$$k = \int dk = c^2 \int_{m_o}^{m} dm = c^2(m - m_o)$$

اي ان :

$$k = mc^2 - m_o c^2 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots..(4)$$

$$k = E - m_o c^2$$

حيث ان:

k: الطاقة الحركية النسبية.

mc^2 : الطاقة النسبية الكلية.

$m_o c^2$: الطاقة السكونية.

من المعادلة (4):

$$\mathrm{E} = \mathrm{k} + m_o c^2$$

$$E = (mc^2 - m_o c^2) - m_o c^2$$

$$\boxed{\therefore E = mc^2}$$

المعادلة اعلاه هي معادلة اينشتاين في تكافؤ الكتلة والطاقة.

ملاحظة:

تقاس الكتلة السكونية بوحدة$\left(\frac{MeV}{c^2}\right)$. وعلى سبيل المثال فان الكتلة السكونية للإلكترون

$$m_o = 0.511\ \frac{MeV}{c^2}$$

❖ برهن على ان الكتلة السكونية للإلكترون تساوي $m_o = 0.511\ \frac{MeV}{c^2}$.

الحل:

$$m_o = 9.1 \times 10^{-31} Kg$$

$$E = mc^2 = 9.1 \times 10^{-31} \times 9 \times 10^{16}\ J$$

$$E = 81.9 \times 10^{-15} J$$

$$= 81.9 \times \frac{10^{-15}}{1.6} \times 10^{-19}$$

$$E = 51.1 \times 10^{4}\ eV$$

$$E = 51.1 \times 10^{4}\ eV = 0.511\ MeV$$

$$E = m_o c^2 \Rightarrow 0.511\ MeV = m_o c^2$$

$$\therefore m_o = 0.511\ MeV/c^2$$

❖ برهن على انه في السرع الصغيرة $(v << c)$ الطاقة الحركية النسبية ترجع الى القيمة الكلاسيكية اي ان : $k = \frac{1}{2} m_o v^2$

الحل:

من معادلة الطاقة الحركية النسبية:

$$k = mc^2 - m_o c^2$$

$$= \left[\frac{m_o}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - m_o \right] c^2$$

$$k = m_o c^2 \left[(1 - \frac{v^2}{c^2})^{-\frac{1}{2}} - 1 \right]$$

$$\text{If } v << c \Rightarrow (1 - \frac{v^2}{c^2})^{-\frac{1}{2}} = 1 + \frac{1}{2} \frac{v^2}{c^2}$$

$$\therefore k = m_o c^2 \left[1 + \frac{1}{2} \frac{v^2}{c^2} - 1 \right]$$

$$k = \frac{1}{2} m_o v^2$$

اشتقاق العلاقة بين الطاقة والزخم

من معادلة الطاقة النسبية الكلية:

$$E = mc^2 \Rightarrow E = \frac{m_o c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

زخم الجسم

$$p = mv \Longrightarrow v = \frac{p}{m} \Rightarrow v^2 = \frac{p^2}{m^2}$$

$$E = \frac{m_o c^2}{\sqrt{1 - \frac{p^2}{m^2 c^2}}} = \frac{m_o c^2}{\sqrt{1 - \frac{p^2 c^2}{m^2 c^4}}}$$

$$\because m^2 c^4 = E^2$$

$$E = \frac{m_o c^2}{\sqrt{1 - \frac{p^2 c^2}{E^2}}}$$

بالتربيع:

$$E^2 = \frac{m_o^2 c^4}{1 - \frac{p^2 c^2}{E^2}}$$

$$m_o^2 c^4 = E^2 - p^2 c^2$$

$$E^2 = m_o^2 c^4 + p^2 c^2$$

مسائل الفصل الاول

1- جد سرعة الكترون طاقته (0.1 MeV) في ضوء الميكانيك الكلاسيكي والميكانيك النسبي.

2- ما الشغل اللازم لزيادة سرعة الكترون من $(1.2 \times 10^8 m/s)$ الـــى $(2.4 \times 10^8 m/s)$؟.

3- ما مقدار الكتلة التي يكتسبها الالكترون عندما يعجل الـــى طـــاقة حركية مقدارهـــا (500 MeV) ؟

4- الطاقة الشمسية تصل الى الارض بمعدل (1400 W) لكل متر مربع على سطح عمودي على اتجاه الشمس. ما الكتلة التي تفقدها الشمس في كل ثانية (نصف قطر الارض حول الشمس $1.5 \times 10^{13} m$).

5- جسم طوله (1 m) يتحرك نسبة الى راصد ساكن بسرعة (0.6 c) . احسب طول الجسم الذي يقيسه:

a) مراقب على الارض.

b) مراقب يتحرك مع الجسم.

6- صاروخ يتحرك بسرعة كبيرة جداً نسبة الى راصد ساكن ما مقدار سرعة الصاروخ بحيث يصبح طوله بالنسبة للراصد (60 %) من طوله الحقيقي؟.

7- اثبت ان النسبة المئوية لنقصان طول جسم تساوي (20 %) عندما يتحرك الجسم بسرعة $(v = 0.6\ c)$ نسبة الى راصد ساكن.

8- جسم كتلته (1 kg) احسب كتلته في الحالات التالية:

a) اذا كانت سرعته تساوي 100 m/s .

b) اذا كانت سرعته تساوي 0.6c.

c) اذا كانت سرعته تساوي 0.99c .

9- بأي سرعة يجب ان يتحرك جسيم لكي تصبح كتلته ثلاثة امثال كتلته السكونية.

10- ما مقدار سرعة جسيم اذا كانت طاقته الحركية النسبية تساوي ضعف طاقته السكونية؟.

11- الكتلة السكونية للبروتون تساوي (2000)مرة بقدر الكتلة السكونية للإلكترون ما مقدرا السرعة التي يجب ان يتحرك بها الالكترون لتصبح كتلته تساوي الكتلة السكونية للبروتون؟.

12- ما مقدار السرعة التي يجب ان يتحرك بها جسيم لكي تزداد كتلته بمقدار (20%) من الكتلة السكونية؟.